

### ЗАДАНИЕ 4. Целочисленное программирование

Решить задачи методом ветвей и границ. Корневую задачу решить симплекс-методом, остальные графически. Построить дерево решений.

<p>№1</p> $L = 7x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $4x_1 + x_2 \leq 14$ $3x_1 + 2x_2 \leq 12$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$	<p>№2</p> $L = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ $7x_1 + 20x_2 \geq 140$ $2x_1 + x_2 \geq 18,2$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$
<p>№3</p> $L = 6x_1 + 4x_2 \rightarrow \min$ $4x_1 + 2x_2 \geq 7$ $x_1 - x_2 \leq 1$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$	<p>№4</p> $L = 6x_1 + 9x_2 \rightarrow \max$ $5x_1 + 7x_2 \leq 35$ $4x_1 + 9x_2 \leq 36$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$
<p>№5</p> $L = 4x_1 + 4x_2 \rightarrow \max$ $3x_1 + 2x_2 \leq 10$ $x_1 + 2x_2 \leq 9$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$	<p>№6</p> $L = 2x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$ $4x_1 + 5x_2 \leq 20$ $-x_1 + 2x_2 \leq 1$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$
<p>№7</p> $L = 6x_1 + 9x_2 \rightarrow \max$ $8x_1 + 18x_2 \leq 72$ $5x_1 + 7x_2 \leq 35$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$	<p>№8</p> $L = -2x_1 - 3x_2 \rightarrow \min$ $5x_1 + 7x_2 \leq 35$ $4x_1 + 9x_2 \leq 36$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$
<p>№9</p> $L = 9x_1 + 12x_2 \rightarrow \max$ $14x_1 + 9x_2 \leq 51$ $-6x_1 + 3x_2 \leq 1$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$	<p>№10</p> $L = x_1 + x_2 \rightarrow \min$ $2x_1 + 4x_2 \geq 7$ $10x_1 + 3x_2 \geq 15$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$
<p>№11</p> $L = 6x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$ $-12x_1 + 6x_2 \leq 1$ $14x_1 + 9x_2 \leq 51$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$	<p>№12</p> $L = 9x_1 + 12x_2 \rightarrow \max$ $-12x_1 + 6x_2 \leq 2$ $14x_1 + 9x_2 \leq 51$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$
<p>№13</p> $L = 14x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$ $6x_1 + 4x_2 \leq 24$ $4x_1 + x_2 \leq 14$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$	<p>№14</p> $L = 2x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$ $10x_1 + 11x_2 \leq 110$ $-x_1 + 2x_2 \leq 7$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$
<p>№15</p> $L = 4x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$ $10x_1 + 14x_2 \leq 70$ $4x_1 + 9x_2 \leq 36$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$	<p>№16</p> $L = 6x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$ $6x_1 - 3x_2 \geq -1$ $14x_1 + 9x_2 \leq 51$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$
<p>№17</p> $L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $2x_1 + 5x_2 \leq 16$ $6x_1 + 5x_2 \leq 27$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$	<p>№18</p> $L = 2x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$ $-2x_1 + 4x_2 \leq 2$ $4x_1 + 5x_2 \leq 20$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$

№19	$L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $4x_1 + 5x_2 \leq 18$ $-x_1 + 2x_2 \leq 1$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$	№20	$L = 4x_1 + 14x_2 \rightarrow \max$ $8x_1 + 10x_2 \leq 40$ $-2x_1 + 4x_2 \leq 2$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$
№21	$L = 3x_1 + 3x_2 \rightarrow \min$ $4x_1 + 8x_2 \geq 14$ $10x_1 + 3x_2 \geq 15$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$	№22	$L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $2x_1 + 11x_2 \leq 38$ $4x_1 - 5x_2 \leq 5$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$
№23	$L = 7x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$ $4x_1 + x_2 \leq 14$ $6x_1 + 4x_2 \leq 24$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$	№24	$L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $4x_1 + 5x_2 \leq 18$ $-x_1 + 2x_2 \leq 1$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$
№25	$L = 8x_1 + 5x_2 \rightarrow \max$ $x_1 + x_2 \leq 6$ $9x_1 + 5x_2 \leq 45$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$	№26	$L = 5x_1 + 9x_2 \rightarrow \max$ $-6x_1 + 3x_2 \geq 1$ $2x_1 + 5x_2 \leq 28$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$
№27	$L = x_1 - x_2 \rightarrow \min$ $2x_1 + x_2 \leq 6$ $-5x_1 + 2x_2 \leq 0$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$	№28	$L = 4x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $6x_1 - 12x_2 \leq 1$ $9x_1 + 14x_2 \leq 51$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$
№29	$L = 3x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $20x_1 + 7x_2 \geq 140$ $x_1 + 2x_2 \geq 18$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$	№30	$L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $5x_1 + 4x_2 \leq 18$ $2x_1 - x_2 \leq 1$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$
№31	$L = 2x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $5x_1 + 7x_2 \leq 70$ $4x_1 + 9x_2 \leq 72$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$	№32	$L = 13x_1 - 6x_2 \rightarrow \max$ $12x_1 + 11x_2 \leq 132$ $4x_1 - 5x_2 \leq 20,5$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$
№33	$L = -11x_1 + 6x_2 \rightarrow \min$ $12x_1 + 11x_2 \leq 132$ $-x_1 + 2x_2 \geq 2,2$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$	№34	$L = 11x_1 - 6x_2 \rightarrow \max$ $8x_1 + 13x_2 \leq 104$ $-x_1 + 2x_2 \geq 2,2$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$
№35	$L = 7x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $5x_1 + 2x_2 \leq 20$ $4x_1 + 2x_2 \leq 19$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$	№36	$L = 4x_1 + 7x_2 \rightarrow \max$ $x_1 + 4x_2 \leq 14$ $2x_1 + 3x_2 \leq 12$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$
№37	$L = x_1 + x_2 \rightarrow \max$ $11x_1 + 2x_2 \leq 38$ $-5x_1 + 4x_2 \leq 5$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$	№38	$L = 5x_1 + 1,6x_2 \rightarrow \max$ $-0,6x_1 + x_2 \leq 2,5$ $5x_1 + 1,5x_2 \leq 22,5$ $\forall x_j \geq 0, \text{цел.}$

<b>№39</b> $L=25x_1 + 8x_2 \rightarrow \max$ $x_1 + 0,3x_2 \leq 5$ $-1,2x_1 + x_2 \leq 5$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$	<b>№40</b> $L=5x_1 + 2x_2 \rightarrow \max$ $12x_1 + 11x_2 \leq 132$ $-x_1 + 2x_2 \geq 2,2$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$
<b>№41</b> $L=-11x_1 + 7x_2 \rightarrow \min$ $12x_1 + 11x_2 \leq 132$ $-x_1 + 2x_2 \geq 3$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел}$	<b>№42</b> $L=9x_1 + 6x_2 \rightarrow \max$ $10x_1 + 3x_2 \leq 46$ $-6x_1 + 5x_2 \leq 25$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$
<b>№43</b> $L=x_1 + 2x_2 \rightarrow \min$ $5x_1 + 7x_2 \geq 17,5$ $2x_1 + 5,5x_2 \geq 11$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел}$	<b>№44</b> $L=-x_1 + 3x_2 \rightarrow \max$ $23x_1 + 40x_2 \leq 184$ $-11x_1 + 10x_2 \leq 22$ $\forall x_j \geq 0, \text{ цел.}$

### ***Контрольные вопросы***

1. Что такое выпуклая оболочка целочисленной задачи?
2. В чем состоит идея метода отсечения?
3. Как изменяется допустимое множество задачи ЛП при добавлении требования целочисленности?
4. В каких случаях обрывается ветвь дерева решений?
5. При выполнении каких условий порождаются две новые задачи? В каком порядке они проверяются?
6. Условие завершения работы алгоритма?
7. Что такое рекорд?
8. Что такое верхняя оценка (граница) в задаче на максимум?
9. Как соотносятся допустимые множества задач, лежащих в разных ветвях?
10. При каких исходных параметрах алгоритма не найдется решение разрешимой задачи?
11. Как и почему изменяется значение критерия задач в одной ветви?
12. Какое решение дает алгоритм ветвей и границ: точное или приближенное?
13. Метод применяется для полностью целочисленных задач или для смешанных, или для тех и других?
14. Как после завершения алгоритма можно быстро определить: задача имеет решение или нет?
15. Какое решение находит алгоритм: локальное или глобальное? Обоснуйте ответ.
16. Метод ветвей и границ содержит признак оптимальности?